

W pracy zajmujemy się dwoma rodzajami kolorowań grafów prostych, $G = (V, E)$, gdzie przez *kolorowanie krawędzi* rozumiemy odwzorowanie $f: E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$, a przez *kolorowanie totalne*, funkcje $g: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$. Naszym celem jest rozróżnienie wierzchołków w danym grafie.

W pierwszej części pracy analizujemy dwa niezmienniki grafowe, *nieregularna liczba kolorująca*, $c(G)$, i *rozróżniający punkty indeks chromatyczny*, $\chi_0(G)$. Są one równe najmniejszemu k , dla którego istnieje kolorowanie krawędzi grafu G takie, by dla wszystkich jego wierzchołków odpowiednio multizbiory lub zbiory kolorów incydentnych z nimi krawędzi były różne. Wyznaczamy tu dokładną wartość obu parametrów dla lasów liniowych i parzystych grafów dwuregularnych. Druga część rozprawy poświęcona jest dwóm parametrom, *sile nieregularności*, $s(G)$, oraz *totalnej sile nieregularności*, $ts(G)$. Tym razem rozróżniamy wierzchołki przez sumy kolorów incydentnych z nimi krawędzi, a w przypadku $ts(G)$, analizujemy kolorowania totalne i do każdej ze wspomnianej sum dodajemy dodatkowo kolor odpowiadającego jej wierzchołka. Najistotniejszymi wynikami są tu twierdzenia o istnieniu liniowych ze względu na n/δ górnych ograniczeń na wartości tych parametrów.

Ostatnia część rozprawy zawiera analizę zupełnie nowego parametru, który definiowany jest tak jak totalna siła nieregularności, z tą różnicą, iż wymagamy by jedynie sąsiednie wierzchołki miały różne odpowiednie sumy. W pracy przedstawione jest szerokie spektrum wyników dotyczących tego parametru, z uwzględnieniem jego dokładnych wartości dla pewnych rodzin grafów jak i szeregu ograniczeń.

Special graph colourings: In the thesis we investigate two kinds of colourings of simple graphs, $G = (V, E)$, where by an *edge colouring* we mean a map $f: E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$, while by a *total colouring* we understand a function $g: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$. In the first part of the thesis we analyse two graph invariants, *the irregular colouring number*, $c(G)$, and *the point distinguishing chromatic index*, $\chi_0(G)$. They are equal to the smallest k for which there exists an edge colouring of G such that for all its vertices the multisets or the sets, resp., of colours of their incident edges are distinct. We determine the exact value of both parameters in the case of linear forests and even 2-regular graphs. The second part of the thesis is devoted to two parameters, *the irregularity strength*, $s(G)$, and *the total irregularity strength*, $\text{tvs}(G)$. This time we distinguish all vertices by the sums of colours of their incident edges, while in the case of $\text{tvs}(G)$ we analyse total colourings and we additionally add a vertex colour to each of the mentioned sums. The most important results are here theorems on linear in n/δ upper bounds for these parameters. The last part of the thesis contains an analysis of a completely new parameter, defined as total irregularity strength, but with a difference that we require exclusively the neighbouring vertices to have distinct sums. We present a wide variety of results on this parameter, involving determining its exact value for special classes of graphs as well as establishing a number of upper bounds.