

W rozprawie zajmujemy się badaniem złożoności oraz poszukiwaniem optymalnych algorytmów dla pewnych problemów nieliniowych w modelach randomizacyjnym i kwantowym. Zajmujemy się takimi problemami jak: maksymalizacja funkcji, szukanie zer funkcji, rozwiązywanie problemów brzegowych dla równań różniczkowych.

Pierwszym z rozważanych problemów jest problem maksymalizacji funkcji z klasy Höldera w modelu kwantowym. Wyznaczamy ograniczenia na złożoność tego problemu oraz konstruujemy optymalny algorytm. Porównując uzyskane wyniki ze znanymi ograniczeniami w modelu deterministycznym i randomizacyjnym otrzymujemy, że algorytmy kwantowe są kwadratowo szybsze dla tego problemu.

Kolejnym z rozważanych przez nas problemów jest poszukiwanie zer funkcji z klasy Höldera. Wyznaczamy ograniczenia na złożoność w modelach randomizacyjnym i kwantowym. Z otrzymanych wyników wynika, że algorytmy randomizacyjne nie dają przewagi nad algorytmami deterministycznymi, natomiast algorytmy kwantowe są kwadratowo szybsze.

Ostatnim z rozważanych problemów jest rozwiązywanie problemów brzegowych dla równań różniczkowych. Analizujemy dwa problemy: liniowy i nieliniowy. Dla problemu liniowego poszukujemy ograniczeń na złożoność w modelu deterministycznym z informacją standardową oraz liniową, modelu randomizacyjnym i kwantowym. Problem nieliniowy analizujemy w modelu randomizacyjnym i kwantowym. Dla obu problemów pokazujemy, że algorytmy randomizacyjne dają przyspieszenie w stosunku do deterministycznych o $1/2$ w mianowniku wykładnika, a algorytmy kwantowe o 1.

Optimal randomized and quantum algorithms for nonlinear problems

We study in this thesis the complexity of some nonlinear problems in the randomized and quantum settings. We consider problems such as function maximization, searching the zeros of functions and solving boundary value problems for the differential equations.

The first problem we consider is maximization of functions from the Hölder class in the quantum model. We analyze the complexity of this problem and construct the optimal algorithm. Comparing obtained results with known bounds in the deterministic and randomized settings we see that quantum algorithms are quadratically faster.

We next consider searching of the zeros of functions from the Hölder class. We show for this problem upper and lower complexity bounds in the randomized and quantum settings. From the obtained results we get that randomized algorithms do not yield a speed-up over deterministic algorithms and quantum algorithms are quadratically faster.

At last, we consider solving boundary value problems for differential equations. We analyse two problems: linear and nonlinear. For linear problem we find complexity bounds in the deterministic setting with the standard and the linear information, and the randomized and quantum settings.

Nonlinear problem is analysed in the randomized and quantum settings. For both problems we show, that randomized algorithms yield a speed-up over the deterministic algorithms by $1/2$ in the denominator of the exponent and quantum algorithms by 1.