ZADANIA NA EGZAMIN LICENCJACKI
(ŁATWE)

1. Wartość wyrażenia $\sinh^2 x + \cosh^2 x$ równa się
   A. 1.
   B. -1.
   C. $\cosh^2 2x$.
   D. $\cosh 2x$.

2. Symbolem nieoznaczonym nie jest
   A. 0^0.
   B. ∞^0.
   C. 1^∞.
   D. 0^∞.

3. Wartość wyrażenia 0^∞
   A. nie jest określona, gdyż jest to symbol nieoznaczony.
   B. jest równa 0.
   C. jest równa $+\infty$.
   D. zależy od znaku ∞.

4. Zbiór $E = \left\{ \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^n : \ n = 1, 2, 3, ... \right\}$ ma własność
   A. $\inf E = e^{-1}$.
   B. $\inf E = \min E = 0$.
   C. $\sup E = \max E$.
   D. jest nieograniczony.

5. Przestrzenią zupełną nie jest
   A. przedział $(0, 1)$ z metryką euklidesową.
   B. $\mathbb{R}$ z metryką euklidesową.
   C. przestrzeń Hilberta.
   D. $[0, 1] \times [0, 1]$ z metryką euklidesową.

6. W przestrzeniach metrycznych obraz przez funkcję ciągłą zbioru zwartego i spójnego
   A. jest spójny, ale nie musi być zwarty.
   B. jest zwarty, ale nie musi być spójny.
   C. jest zwarty i spójny.
   D. nie musi być zwarty i nie musi być spójny.

7. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \dfrac{1+4+7+...+(3n-2)}{n^2+n+1}$ jest równa
   A. $-1,5$.
   B. $\frac{3}{2}$.
   C. $\frac{2}{3}$.
   D. $+\infty$.

8. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \dfrac{1+2+3+...+n}{n^3+n^2+1}\cos(n!+3n+1)$ jest równa
   A. -1.
   B. 0.
   C. 1.
   D. $+\infty$.

9. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = (\frac{4n+1}{4n+5})^n$ jest równa
   A. e^{-1}.
   B. 0.
   C. $+\infty$.
   D. e^2.

10. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^{2n+1}$, jest równa
   A. 0.
   B. 1.
   C. e.
   D. $4e$.

11. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = n(\ln(n+1)-\ln n)$, jest równa
   A. e.
   B. $\frac{1}{e}$.
   C. 1.
   D. -1.

12. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \sqrt[n]{3^n+5^n+7^n}$, jest równa
   A. 1.
   B. 3.
   C. 5.
   D. 7.

13. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \ln\left(\frac{n}{n+2}\right)^n$, jest równa
   A. 2.

B. -2.
C. $\frac{1}{2}$.
D. $+\infty$.

14. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^{2n+1}$, jest równa
A. 0.
B. 1.
C. e.
D. $4e$.

15. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = \sqrt{5^n + 4^n} - \sqrt{5^n + 3^n}$, jest równa
A. $-\infty$.
B. $+\infty$.
C. 0.
D. 1.

16. Granica ciągu (a_n), gdzie $a_n = (\sin\ n! - 2)\, n^2$, jest równa
A. $+\infty$.
B. $-\infty$.
C. 1.
D. 0.

17. Szereg $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi)\frac{n+1}{n^3+n}$ jest
A. zbieżny warunkowo.
B. zbieżny bezwzględnie.
C. rozbieżny.
D. szeregiem o wyrazach nieujemnych.

18. Szereg $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ jest
A. zbieżny bezwzględnie.
B. zbieżny warunkowo.
C. rozbieżny i rozbieżny bezwzględnie.
D. rozbieżny, ale zbieżny bezwzględnie.

19. Szereg $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ jest
A. zbieżny i zbieżny bezwzględnie.

B. zbieżny warunkowo.
C. rozbieżny i rozbieżny bezwzględnie.
D. rozbieżny, ale zbieżny bezwzględnie.

20. Jeżeli suma szeregu liczbowego zmieni się po przestawieniu jego wyrazów, to
A. szereg ten jest zbieżny bezwzględnie.
B. szereg ten jest zbieżny warunkowo.
C. szereg ten jest rozbieżny.
D. taki szereg nie istnieje.

21. Przedziałem zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$ jest
A. $\mathbb{R}$.
B. $[-1, 1]$.
C. $\{0\}$.
D. $(-1, 1)$.

22. Przedział zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n\,5^n}\,(x+1)^n$, to
A. $(-6\,, 4]$.
B. $[-6\,, 4)$.
C. $[-6\,, 4]$.
D. $(-6\,, 4]$.

23. Przedział zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} x^n$ wynosi
A. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
B. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
D. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

24. Granica $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}\right)$ jest równa
A. 0.
B. -1.
C. 1.
D. $-\infty$.

25. Granica $\lim_{x \to 0^+} \sqrt[3]{-x}$

A. nie istnieje ze względu na dziedzinę funkcji $x \mapsto \sqrt[3]{-x}$.

B. istnieje i wynosi 0.

C. istnieje i jest liczbą silnie większą od 0, oznaczaną umownie 0^+.

D. istnieje i jest liczbą silnie mniejszą od 0, oznaczaną umownie 0^-.

26. Granica funkcji $f : x \mapsto \frac{\sin^3 x}{\sqrt{x}}$ w punkcie $x = 0$

A. jest równa 0.

B. jest równa 1.

C. nie istnieje.

D. jest równa -1.

27. Granica funkcji $f : x \mapsto x^{\frac{1}{x}}$ w $+\infty$

A. jest równa 0.

B. jest równa 1.

C. jest równa e.

D. jest równa $+\infty$.

28. W przypadku funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej

A. nieciągłość jest warunkiem koniecznym nieróżniczkowalności.

B. nieciągłość jest warunkiem wystarczającym nieróżniczkowalności.

C. różniczkowalność jest warunkiem koniecznym ciągłości.

D. ciągłość jest warunkiem wystarczającym różniczkowalności.

29. Jeśli x_0 jest pierwiastkiem podwójnym wielomianu $W(x)$, to:

A. $W(x_0) = 0$ i $W''(x_0) = 0$.

B. $W(x_0) = 0$ i $W'(x_0) = 0$.

C. $W'(x_0) = 0$ i $W''(x_0) > 0$.

D. $W(x_0) = 0$ i $W''(x_0) > 0$.

30. Funkcja $x \mapsto x^2 e^{-x^2}$

A. jest rosnąca w całej swojej dziedzinie.

B. jest malejąca w dwóch przedziałach: przedziale $[-1, 0]$ oraz w przedziale $[1, +\infty)$.

C. jest rosnąca w dwóch przedziałach: przedziale $[-1, 0]$ oraz w przedziale $[1, +\infty)$.

D. jest funkcją nieparzystą.

31. Dana jest funkcja $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ni (x, y) \to (2x + 3, 5y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Obrazem zbioru $[0, 1] \times [0, 5] \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ przez funkcję f jest

A. $[3, 5] \times [0, 25]$.
B. $[0, 5] \times [0, 1]$.
C. $[-\frac{3}{2}, -1] \times [0, 1]$.
D. $[0, 25] \times [3, 5]$.

32. Funkcja $f(x) = \mathrm{arctg}x + \mathrm{arcctg}x$
A. jest wszędzie równa 0.
B. jest funkcją ściśle rosnącą dla $x > 0$ i malejącą dla $x < 0$.
C. jest wszędzie równa $\frac{\pi}{2}$.
D. żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawdziwa.

33. Twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej mówi, że dla funkcji ciągłej w przedziale $[a, b]$ i różniczkowalnej wewnątrz tego przedziału istnieje taki punkt leżący wewnątrz przedziału $[a, b]$,
A. w którym styczna jest równoległa do osi $0X$.
B. w którym styczna nie istnieje.
C. w którym styczna jest równoległa do siecznej przechodzącej przez punkty $(a, f(a))$ oraz $(b, f(b))$.
D. w którym styczna jest prostopadła do siecznej przechodzącej przez punkty $(a, f(a))$ oraz $(b, f(b))$.

34. Ciąg funkcyjny (f_n), gdzie $f_n : \mathbb{R} \ni x \to x^n \in \mathbb{R}$, jest
A. zbieżny punktowo na przedziale $[-1, 1]$.
B. zbieżny punktowo na przedziale $(-1, 1]$.
C. zbieżny jednostajnie na przedziale $(-1, 1]$.
D. zbieżny jednostajnie na przedziale $[-1, 1]$.

35. Pierwsza pochodna funkcji $f : x \mapsto \dfrac{x}{4^x}$ w punkcie x jest równa
A. $\dfrac{1 - x\ln 4}{4^x}$.
B. $\dfrac{1 + x\ln 4}{4^x}$.
C. $\dfrac{1 - x\ln x}{4^x}$.
D. $\dfrac{1 - x\ln x}{x^4}$.

36. Pierwsza pochodna funkcji $f : x \mapsto \sqrt{\ln x}$ w punkcie x jest równa
A. $\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$.

B. $\dfrac{1}{2x\sqrt{2\ln x}}$.
C. $\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln 2x}}$.
D. $\dfrac{1}{x\sqrt{\ln x}}$.

37. Z warunku koniecznego różniczkowalności funkcji w punkcie wnioskujemy, że
A. jeżeli funkcja nie ma pochodnej w punkcie x_0, to nie jest w tym punkcie ciągła.
B. jeżeli funkcja nie jest ciągła w punkcie x_0, to nie istnieje $f'(x_0)$.
C. jeżeli funkcja jest ciągłą w punkcie x_0, to jest w tym punkcie różniczkowalna.
D. jeżeli $f'(x_0) = 0$, to funkcja ma ekstremum lokalne w punkcie x_0.

38. Najmniejsza wartość funkcji $f : x \mapsto \sqrt[3]{(x^2-2x)^2}$ w przedziale $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ jest równa
A. 0.
B. 1.
C. $\left(\frac{7}{9}\right)^{2/3}$.
D. $\left(\frac{-5}{9}\right)^{2/3}$.

39. Funkcja $f : x \mapsto 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$
A. ma minimum lokalne w $x = 1$.
B. ma minimum lokalne w $x = 1$ i maksimum lokalne w $x = 0$.
C. ma maksimum lokalne w $x = 1$ i minimum lokalne w $x = 0$.
D. nie ma ekstremów.

40. Funkcja $f : (x, y) \mapsto x^2 + y(y - 3x)$
A. ma minimum w punkcie $(0, 0)$.
B. ma ekstremum w punkcie $(3, 3)$.
C. ma maksimum w punkcie $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.
D. nie ma ekstremum w punkcie $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

41. Funkcja $f : (x, y) \mapsto (1 + e^y)\cos x - ye^y$ ma ekstrema w punktach
A. $(k\pi, 0)$ dla parzystych k.
B. $(k\pi, 0)$ dla nieparzystych k.
C. $(k\pi, -2)$ dla parzystych k.
D. $(k\pi, -2)$ dla nieparzystych k.

42. Funkcja pierwotna funkcji $f : x \to \ln x$

A. jest postaci $x \mapsto x(\ln x - 1) + C$.

B. $x \mapsto x(\ln x + 1) - C$.

C. nie istnieje.

D. nie jest funkcją elementarną.

43. Funkcja pierwotna funkcji $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$

A. jest postaci $x \mapsto \arcsin(2x-1)$.

B. nie istnieje.

C. jest postaci $x \mapsto \ln\left|x + \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2}\right|$.

D. nie jest funkcją elementarną.

44. Całka nieoznaczona $\int x \sin x \, dx$ jest równa

A. $\sin x - x\cos x$.

B. $\cos x - x \sin x + C$, $C \in \mathbb{R}$.

C. $\sin x - x\cos x + C$, $C \in \mathbb{R}$.

D. $\sin x - x\cos x + C$, $C \in [-\pi, \pi]$.

45. Całka $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ jest równa

A. π^2.

B. π.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{4}$.

46. W rozkładzie funkcji wymiernej $\frac{7x^4+x^2+3x+1}{x^4-1}$ na ułamki proste występuje

A. $\frac{7}{x^4+1}$.

B. $\frac{3}{x-1}$.

C. $\frac{1}{x-2}$.

D. $\frac{x-1}{x^2+2}$.

47. Ułamki proste występujące w rozkładzie funkcji wymiernej $\frac{2x^2+x+1}{x^3+x^2+x}$ to

A. $\frac{3}{x^2}$ i $\frac{1}{x^2+x+1}$.

B. $\frac{3}{x-1}$ i $\frac{1}{x^2+x+1}$.

C. $\frac{1}{x}$ i $\frac{x}{x^2+x+1}$.

D. $\frac{1}{x}$ i $\frac{x}{(x+1)^2}$.

48. Zakładając, że funkcja $\varphi : [-a, a] \to \mathbb{R}$ jest parzystą funkcją całkowalną, mamy zawsze spełnioną następującą równość

A. $\int\limits_{-a}^{a} \varphi(x)\, dx = 0.$

B. $\int\limits_{-a}^{a} \varphi(x)\, dx = 2\int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx.$

C. $\int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx = -\int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx.$

D. $\int\limits_{-a}^{0} \varphi(x)\, dx = -\int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx.$

49. Wiemy, że funkcja $\varphi : [-a, a] \to [0, 1]$ jest nieparzystą funkcją całkowalną. Wówczas spełniona jest równość

A. $\int\limits_{-a}^{a} \varphi(x) dx = \int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx.$

B. $\int\limits_{-a}^{a} \varphi(x)\, dx = 0.$

C. $\int\limits_{0}^{a} \varphi(x)\, dx = 0.$

D. $\int\limits_{-a}^{0} \varphi(x)\, dx = -1.$

50. Niech $f : \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$ będzie dowolną całkowalną funkcją parzystą. Wówczas dla dowolnych $a > b > 0$ zachodzi:

A. $\displaystyle\int_{0}^{a} f(x) dx = 0.$

B. $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x) dx = 0.$

C. $\displaystyle\int_{-b}^{a} f(x) dx = \int_{b}^{a} f(x) dx.$

D. $\displaystyle\int_{-a}^{b} f(x) dx = \int_{-b}^{a} f(x) dx.$

51. Całka $\int\limits_{-r}^{r} \sqrt{r^2 - x^2} dx$ jest równa

A. 0.

B. $\frac{1}{2}\pi r^2.$

C. $e^{i\pi}.$

D. $2\pi r$.

52. Całka $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$ jest równa całce

A. $\int\limits_0^1 e^x dx$.

B. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.

C. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

D. $\int\limits_0^2 x^2 dx$.

53. Obszarem całkowania dla całki iterowanej $\int\limits_0^1 \int\limits_0^x f(x,y)\,dydx$ jest

A. trójkąt o wierzchołkach $(0,0)$, $(1,0)$ i $(1,1)$.

B. kwadrat o wierzchołkach $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$.

C. prostokąt $[0,1] \times [-1,1]$.

D. koło o promieniu 1.

54. Po zamianie kolejności całkowania całka iterowana $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)\,dydx$ przyjmie postać

A. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_0^{\sin y} f(x,y)\,dxdy$.

B. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \int\limits_0^{\arcsin y} f(x,y)\,dxdy$.

C. $\int\limits_0^1 \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)\,dxdy$.

D. $\int\limits_0^1 \int\limits_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}} f(x,y)\,dxdy$.

55. Po zastosowaniu współrzędnych biegunowych do całki podwójnej $\iint\limits_K f(x,y)dxdy$, gdzie $K = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$, otrzymujemy całkę iterowaną

A. $\int\limits_0^R \int\limits_0^{2\pi} f(r\cos\alpha, r\sin\alpha)\,d\alpha dr$.

B. $\int\limits_{-R}^{R}\int\limits_{0}^{2\pi} f(r\cos\alpha, r\sin\alpha) r\, d\alpha dr.$

C. $\int\limits_{0}^{R}\int\limits_{0}^{2\pi} f(r\cos\alpha, r\sin\alpha) r\, d\alpha dr.$

D. $\int\limits_{0}^{R}\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{r} f(r\cos\alpha, r\sin\alpha)\, d\alpha dr.$

56. Całka $\int\limits_{-r}^{r}\int\limits_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} \sqrt{r^2-x^2-y^2}\, dydx$ jest równa
A. $\frac{2}{3}\pi r^3$.
B. πr^3.
C. $\pi^2(r^2-1)$.
D. $\frac{1}{2}\pi$.

57. Niech $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 1,\ x,y,z \geq 0\}$. Wtedy całka $\iiint\limits_{\Omega} dx\, dy\, dz$ jest równa:
A. π^2.
B. π.
C. $\frac{1}{2}\pi$.
D. $\frac{1}{6}\pi$.

58. Objętość bryły $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y^2+z^2 \leq 9,\ 0 \leq x \leq 2\}$ jest równa
A. $\frac{1}{3}\pi^3$.
B. 18π.
C. 3π.
D. $\frac{9}{2}\pi$.

59. Suma szeregu Fouriera, będącego rozwinięciem funkcji $f(x) = [x]$ (cecha x) w przedziale $[-\pi, \pi]$, dla $x = 0$ wynosi
A. $\frac{1}{2}$.
B. 0.
C. $-\frac{1}{2}$.
D. -1.

60. Całkę z funkcji ciągłej po trójkącie o wierzchołkach $(0,0)$, $(1,0)$ i $(1,1)$ można przedstawić jako całkę iterowaną
A. $\int\limits_{0}^{1}\int\limits_{0}^{x} f(x,y)\, dydx.$

B. $\int\limits_0^1 \int\limits_0^1 f(x,y)\, dydx.$
C. $\int\limits_0^1 \int\limits_x^1 f(x,y)\, dydx.$
D. $\int\limits_0^1 \int\limits_0^1 f(x,y)\, dxdy.$

61. Długość krzywej określonej przez parametryzację $x(t) = e^t \cos t$, $y(t) = e^t \sin t$ dla $t \in [0, 3\pi]$ wynosi
A. $\sqrt{2}(e^{3\pi} - 1)$.
B. 1.
C. $3e - 1$.
D. $\sin 1$.

62. Całka krzywoliniowa $\int_{AB} f(x,y)dx + (x^2 + 2xy)dy$ nie zależy od drogi całkowania, gdy
A. $f(x,y) = x^2y + xy^2$.
B. $f(x,y) = 2xy + y^2$.
C. $f(x,y) = 2x$.
D. $f(x,y) = \frac{13}{x^3+x^2y}$.

63. Funkcja $u(x,y) = x \sin y - x \cos y$ jest potencjałem pola wektorowego $\overrightarrow{F}$ na płaszczyźnie dla
A. $\overrightarrow{F}(x,y) = (\sin y - \cos y, x \sin y + x \cos y)$.
B. $\overrightarrow{F}(x,y) = (x \sin y, x \cos y)$.
C. $\overrightarrow{F}(x,y) = (\sin y - x \cos y, x \sin y + \cos y)$.
D. $\overrightarrow{F}(x,y) = (\sin y + \cos y, x \sin y - x \cos y)$.

64. Pole wektorowe $\overrightarrow{V}$ jest potencjalne, jeżeli
A. $\operatorname{div} V = 0$.
B. $\operatorname{rot} V = 0$.
C. $\operatorname{grad} V = 0$.
D. $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} V) = 0$.

65. $\sqrt[4]{(1+i)^4}$, wynosi
A. $1 + i$.
B. $\{1 + i, -1 - i\}$.

C. $\{1+i, -1-i, -1+i, 1-i\}$.
D. $|1+i|$.

66. Dla dowolnej różnej od zera liczby zespolonej istnieje
A. przynajmniej n pierwiastków stopnia n.
B. dokładnie n pierwiastków stopnia n.
C. co najwyżej n pierwiastków stopnia n.
D. nieskończona liczba pierwiastków stopnia n.

67. Niech $z = (1-i)^{16}$. Wtedy
A. $z = 1$.
B. $z = -1$.
C. $z = i$.
D. $z = -i$.

68. Liczba różnych rozwiązań równania $z^8 - 1 = 0$ w ciele liczb zespolonych jest równa
A. 2.
B. 8.
C. 0.
D. 1.

69. Równanie $|z-1| = |z+1|$ przedstawia na płaszczyźnie zespolonej
A. symetralną odcinka o końcach -1, 1.
B. prostą przechodzącą przez punkty 1, $-i$.
C. elipsę o ogniskach w punktach 1, $-i$.
D. hiperbolą o ogniskach w punktach 1, $-i$.

70. Punkty płaszczyzny zespolonej odpowiadające liczbom zespolonym spełniającym równanie $|z+1-i| = |z-2+3i|$ tworzą
A. prostą.
B. elipsę.
C. okrąg.
D. zbiór pusty.

71. Pierwiastkiem trzeciego stopnia z liczby i nie jest
A. $-i$.
B. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.
D. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

72. Liczba $(1+i)^{10}$ jest równa
A. $32i$.
B. $-32i$.
C. i.
D. $32+32i$.

73. Liczba $e^{i\pi}$ jest równa
A. -1.
B. 0.
C. 1.
D. $\pi^2 i$.

74. Liczba $e^{i\pi}$ jest
A. niewymierna.
B. całkowita ujemna.
C. naturalna.
D. wymierna dodatnia.

75. Liczba $\left(\frac{i+\sqrt{3}}{1+i}\right)^6$ jest równa
A. i.
B. $8i$.
C. $-8i$.
D. $-i$.

76. Postacią wykładniczą liczby $-1+i\sqrt{3}$ jest
A. $2e^{i\frac{5}{6}\pi}$.
B. $4e^{i\frac{1}{4}\pi}$.
C. $2e^{i\frac{1}{6}\pi}$.
D. $2e^{i\frac{2}{3}\pi}$.

77. Rozwiązaniem równania $z^3=(i+1)^3$ są liczby
A. $\sqrt{2}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \sqrt{2}e^{i\frac{11}{12}\pi}, \sqrt{2}e^{i\frac{19}{12}\pi}$.
B. tylko $i+1$.
C. $\sqrt{2}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \sqrt{2}e^{i\pi}, \sqrt{2}e^{i\frac{7}{4}\pi}$.
D. $e^{i\frac{1}{3}\pi}, e^{i\frac{4}{3}\pi}, e^{i\frac{7}{3}\pi}$.

78. Równanie $z^4=-1$ dla $z\in\mathbb{C}$
A. ma dokładnie dwa rozwiązania $z\in\{-1,1\}$.
B. ma dokładnie cztery rozwiązania $z\in\{1,-1,\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\}$.

C. nie ma rozwiązań.
D. ma dokładnie cztery rozwiązania $z \in \{\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\}$.

79. Rozwiązaniem równania $z^2 - 2z + 5 = 0$ są liczby
A. $-1 + 2i, -1 - 2i$.
B. $2 + i, 2 - i$.
C. $1 + 2i, 1 - 2i$.
D. brak pierwiastków zespolonych.

80. Argument główny liczby $i + 1$ wynosi
A. 0.
B. $\frac{\pi}{4}$.
C. $\frac{\pi}{3}$.
D. $\frac{\pi}{2}$.

81. Każdy wielomian nieparzystego stopnia n o współczynnikach rzeczywistych
A. ma co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty.
B. ma dokładnie n pierwiastków rzeczywistych.
C. ma pierwiastki urojone.
D. nie ma w ogóle pierwiastków rzeczywistych.

82. Punkty odpowiadające liczbom $z_1 = -26 + 59i$ oraz $z_3 = 12 - 39i$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu na płaszczyźnie zespolonej. Pozostałe wierzchołki tego kwadratu są wyznaczone przez liczby
A. $42 + 29i$ oraz $-56 - 9i$.
B. $44 + 31i$ oraz $-56 - 9i$.
C. $42 + 29i$ oraz $-54 - 7i$.
D. $44 + 31i$ oraz $-54 - 7i$.

83. Spośród danych struktur G_i, $i = 1, 2, 3, 4$, gdzie $G_1 = (R, \cdot)$, $G_2 = (R \setminus \{0\}, \cdot)$,$G_3 = (N, +)$, $G_4 = (R \setminus Q, +)$, grupą jest
A. G_1.
B. G_2.
C. G_3.
D. G_4.

84. Określono działanie $\circ$: $\mathbb{R}^2 \ni (x, y) \to x \circ y := x + y + xy \in \mathbb{R}$. Której własności nie posiada to dzialanie w zbiorze liczb rzeczywistych?

A. łączność.
B. istnienie elementu neutralnego.
C. istnienie elementu odwrotnego (dla każdego $x \in \mathbb{R}$).
D. przemienność.

85. Wymiar jądra odwzorowania liniowego $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$,
$L(x, y, z) = (x - y + 2z, 2z - x)$, jest równy
A. 3.
B. 2.
C. 0.
D. 1.

86. Spośród danych odwzorowań $f, g, h : R^3 \to R^3$, gdzie
$f(x, y, z) = (xy, 2x - y, 3xy)$, $g(x, y, z) = (0, x, 2x - z)$,
$h(x, y, z) = (x^2, y^2, (x - y)^2)$, odwzorowaniami liniowymi są
A. f, g, h.
B. f, g.
C. f, h.
D. g.

87. Zbiór wszystkich wartości własnych odwzorowania liniowego

$$f : \mathbb{R}^4 \ni (x, y, z, t) \to (x, 2y, 3z, 4t) \in \mathbb{R}^4$$

jest równy
A. $\{1\}$.
B. $\{1, 2, 3, 4\}$.
C. $\{0, 1\}$.
D. $\{0\}$

88. O odwzorowaniu liniowym $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wiadomo, że
$L(2, 1, 0) = (1, 1, 1)$, $L(-1, -1, 0) = (1, 0, 0)$, $L(2, 1, 1) = (0, 0, 0)$.
Wówczas $L(1, 1, 1)$
A. jest równe $(2, 0, 0)$.
B. jest równe $(-2, -1, -1)$.
C. jest równe $(2, 1, 1)$.
D. nie da się wyznaczyć na podstawie powyższych danych.

89. Macierzą odwzorowania

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4 : f(x, y, z) = (x - 2y, x - 3z, y - 2x, y - z)$$

w bazach $B_1 = ((1,-1,0),(1,1,0),(0,1,1))$
i $B_2 = ((1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1))$ jest macierz

A. $\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

D. $\begin{bmatrix} 4 & -1 & -5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

90. Jądrem odwzorowania liniowego f z przestrzeni wektorowej X do przestrzeni wektorowej Y nazywamy zbiór
A. $\mathrm{Ker}\, f = \{x \in X : f(x) = 0\}$.
B. $\mathrm{Ker}\, f = \{x \in X : f(x) = 1\}$.
C. $\mathrm{Ker}\, f = \{y \in Y : \exists x \in X : y = f(x)\}$.
D. $\mathrm{Ker}\, f = \{y \in Y : \exists x \in X : x = f(y)\}$.

91. Niech $f : \mathbb{R}^2 \ni (x,y) \mapsto (2x-y, x+y, 5x+2y) \in \mathbb{R}^3$. Jądro odwzorowania f ma wymiar:
A. 1.
B. 3.
C. 0.
D. 2.

92. Macierze tego samego endomorfizmu względem różnych baz mają
A. identyczne macierze odwrotne.
B. ten sam rząd.
C. identyczne macierze transponowane.
D. równe wyznaczniki.

93. Niech $A \in \mathbb{R}^{2\times 3}$, $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Który z iloczynów A^2B, AB^2, BA^2, B^2A

istnieje?
A. A^2B.
B. AB^2.
C. BA^2.
D. B^2A.

94. Wyznacznik macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & a \\ 1 & 4 & 9 & a^2 \\ 1 & 8 & 27 & a^3 \end{bmatrix}$ jest (dla dowolnego $a \in \mathbb{R}$) równy
A. $(a-1)(a-2)(a-3)$.
B. $2(a-1)(a-2)(a-3)$.
C. $(a+1)(a+2)(a+3)$.
D. $2(a+1)(a+2)(a+3)$.

95. Wiedząc, że następujące wyznaczniki są równe zero:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} = 0,$$

możemy stwierdzić, że dla zmiennych x, y, z układ równań liniowych

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z &= d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z &= d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z &= d_3 \end{cases}$$

A. jest układem sprzecznym.
B. jest układem nieoznaczonym.
C. jest układem sprzecznym lub nieoznaczonym.
D. może być sprzeczny, oznaczony lub nieoznaczony.

96. Jednorodny rzeczywisty układ równań liniowych
A. zawsze ma rozwiązanie.
B. może mieć dokładnie dwa rozwiązania.
C. może nie mieć rozwiązania.
D. zawsze ma nieskończenie wiele rozwiązań.

97. Macierz kwadratowa jest diagonalizowalna, jeśli

A. jest nieosobliwa.
B. jest osobliwa.
C. ma tylko pojedyńcze wartości własne.
D. ma tylko dwukrotne wartości własne.

98. Jeśli macierz kwadratowa wymiaru $n \times n$ ma rząd równy n, to
A. jest nieosobliwa.
B. jest osobliwa.
C. jedną z jej wartości własnych jest zero.
D. jedna z kolumn tej macierzy da się wyrazić jako kombinacja liniowa pozostałych.

99. Jednorodny układ równań liniowych postaci $Ax = 0$, gdzie A to osobliwa macierz kwadratowa,
A. jest sprzeczny.
B. jest oznaczony.
C. ma dokładnie 2 rozwiązania.
D. jest nieoznaczony.

100. Dla macierzy $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, prawdą jest, że
A. macierz M nie ma wartości własnej.
B. macierz M ma jedną wartość własną równą 1.
C. macierz M ma dwie wartości własnę równę 0 i 2.
D. macierz M ma trzy wartości własnę równe 0, -1 i 1.

101. Jeżeli rzeczywista macierz kwadratowa A jest macierzą ortogonalną, to
A. $\det A = 0$.
B. wyznacznik macierzy A nie jest określony.
C. $|\det A| = 1$.
D. $\det A \geq 2$.

102. Załóżmy, że macierze $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ spełniają warunki: $AB - A^{-1} = \mathbf{0}$, $B^{-1} + A = \mathbf{0}$, gdzie $\mathbf{0}$ jest macierzą zerową wymiaru $n \times n$, $n \in \mathbb{N}$. Wówczas
A. $\det A = \det B = 2$
B. $\det A = 2, \det B = 0$
C. $\det A = (-2)^n, \det B = 1$
D. $\det A = (-1)^n, \det B = 1$.

103. Niech $A = \begin{bmatrix} 1 & a & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -a & a \end{bmatrix}$ $(a \in \mathbb{R})$ oraz niech rz A oznacza rząd macierzy A. Wówczas:
A. $a \neq 0 \Rightarrow \mathrm{rz} A = 3$.
B. $\forall a \in \mathbb{R}$: rz A <3.
C. $\exists a \in \mathbb{R}$: rz $A = 1$.
D. $a = 3 \Rightarrow$ rz $A = 2$.

104. Niech A będzie macierzą kwadratową wymiaru $n \times n$ i niech rz A oznacza rząd macierzy A. Jeżeli det $A \neq 0$, to wtedy
A. rz $A = n - 1$.
B. rz $A = n$.
C. rz $A = n + 1$.
D. rz $A = n^2$.

105. Układ równań

$$\begin{cases} x & +y & +z & = & 0 \\ 2x & +y & & = & 1 \\ & -y & -2z & = & 1 \\ x & -y & -3z & = & 2 \end{cases}$$

A. jest sprzeczny.
B. ma dokładnie 1 rozwiązanie.
C. ma nieskończenie wiele rozwiązań, które generują prostą w $\mathbb{R}^3$.
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań, które generują płaszczyznę w $\mathbb{R}^3$.

106. Układ 7 równań liniowych jednorodnych z 9 niewiadomymi posiada
A. dokładnie 1 rozwiązanie.
B. 0 rozwiązań lub 1 rozwiązanie.
C. nieskończenie wiele rozwiązań.
D. dokładnie 7 rozwiązań.

107. Rząd macierzy $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ wynosi
A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

108. Rząd macierzy $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ jest równy:

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

109. Rząd macierzy $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ wynosi

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

110. Rząd macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 9 \\ 3 & 5 & 11 \end{bmatrix}$ jest równy

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

111. Wartością własną macierzy A jest zero. Oznacza to, że

A. macierz A jest symetryczna.
B. macierz A jest osobliwa.
C. macierz A jest trójkątna.
D. macierz A jest nieosobliwa.

112. Rząd macierzy $A = \begin{bmatrix} a & 4 & 2 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ jest równy 2 dla

A. $a = 1$.
B. $a = 0$.
C. $a = -1$.
D. $a = -2$.

113. Układ równań $\left\{ \begin{array}{rcrcl} 2ax & - & 4y & = & 1 \\ 3x & + & y & = & 2 \end{array} \right.$

A. ma nieskończenie wiele rozwiązań dla dowolnego a.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie dla $a = -6$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie dla $a \neq -6$.
D. nie ma rozwiązania dla żadnego a.

114. Rzeczywisty układ równań liniowych o macierzy uzupełnionej $\begin{bmatrix} 1-p & 2 & 1 & p \\ 1 & 2-p & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1-p & p \end{bmatrix}$
ma nieskończenie wiele rozwiązań dla wartości parametru
A. $p = 0$.
B. $p = 1$.
C. $p = 0$ i $p = 1$.
D. $p = 0$ i $p = 4$.

115. Wyznacznik macierzy A^{-1} jest liczbą
A. odwrotną do $\det A$.
B. przeciwną do $\det A$.
C. równą $\det A$
D. zawsze równą 1.

116. Wyznacznik macierzy transponowanej do A jest liczbą
A. odwrotną do $\det A$.
B. przeciwną do $\det A$.
C. równą $\det A$.
D. zawsze równą 1.

117. Rząd macierzy może zmienić się, jeżeli
A. przestawimy dwie kolumny.
B. do dowolnego wiersza dodamy inny wiersz.
C. pomnożymy dowolny wiersz przez skalar różny od 0 i 1.
D. pomnożymy dowolny element przez skalar różny od 0 i 1

118. Wyznacznik macierzy nie zmieni się, jeżeli
A. przestawimy dwie kolumny
B. do dowolnego wiersza dodamy inny wiersz
C. pomnożymy dowolny wiersz przez skalar różny od 0 i 1.
D. pomnożymy dowolny element przez skalar różny od 0 i 1.

119. Jeśli A jest macierzą kwadratową taką, że $A^2 = A^T$, to
A. $\det A = 0 \ \vee \det A = -1$.

B. $\det A = -1$.
C. $\det A = 0$.
D. $\det A = 0 \ \vee \det A = 1$.

120. Jeśli A jest macierzą kwadratową nieosobliwą taką, że $A^{-1} = A^T$, to
A. $\det A = 1 \ \vee \det A = -1$.
B. $\det A = -1$.
C. $\det A = 0$.
D. $\det A = 1$.

121. Normy w $\mathbb{R}^n$ nie definiuje prawidłowo wzór
A. $||x|| = \sqrt{< x, x >}$, gdzie $<>$ oznacza iloczyn skalarny.
B. $||x|| = \max\{|x_i| : i = 1, 2, \ldots, n\}$.
C. $||x|| = \sum_{i=1}^{n} x_i$.
D. $||x|| = \sum_{i=1}^{n} |x_i|$.

122. Wektory $(q, q, q, 1)$, $(1, q, q, q)$, $(1, 1, q, q)$, $(1, 1, 1, q)$ tworzą bazę przestrzeni $\mathbb{R}^4$, gdy
A. $q \neq 1$, $q \neq -1$.
B. $q \neq 1$.
C. $q \neq -1$.
D. $q \in \mathbb{R}$.

123. Zbiór $A = \{(x, y, x) : ax + y - z = b\}$ jest podprzestrzenią wektorową przestrzeni R^3, gdy
A. $a \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$.
B. $a = 0, b \in R$.
C. $a \in \mathbb{R}$, $b = 0$.
D. $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$.

124. Niech α, β, $\gamma \in \mathbb{R}$. Zbiór wektorów $\{\alpha(1, 0, 1), \beta(0, 1, 0), \gamma(0, 0, 1)\}$ jest liniowo niezależny gdy
A. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 > 0$.
B. $\alpha \neq 0$.
C. $\beta \neq 0$.
D. $\alpha = \gamma$.

125. Zbiór wektorów $\{(1,1,-1),(1,1,\alpha),(0,0,-1)\}$ jest bazą $\mathbb{R}^3$, gdy
A. $\alpha \neq -1$.
B. $\alpha = -1$.
C. nie istnieje takie α.
A. $\alpha \in \mathbb{R}$.

126. Wektory $(1,-1,0),(1,1,p),(1,p,p^2) \in \mathbb{R}^3$ są liniowo niezależne, gdy
A. $p \in \mathbb{R}$.
B. $p \in \{-1,0,1\}$.
C. $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
D. $p \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$.

127. Współrzędne wektora $(0,0,1)$ w bazie $((1,0,0),(1,1,0),(1,1,1))$ wynoszą
A. $(1,1,1)$.
B. $(0,1,1)$.
C. $(3,2,1)$.
D. $(0,-1,1)$.

128. Bazy $\mathbb{R}^3$ nie stanowią wektory
A. $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$.
B. $(1,0,1),(1,-1,1),(0,1,0)$.
C. $(1,0,0),(1,1,-1),(0,1,1)$.
D. $(1,1,1),(1,0,1),(1,0,-1)$.

129. W przestrzeni wektorowej $V = \mathbb{R}^3$ układ wektorów $\vec{u} = (1,1,0)$, $\vec{v} = (2,1,0)$, $\vec{w} = (3,3,1)$
A. jest układem liniowo zależnym.
B. jest układem liniowo niezależnym i tworzy bazę przestrzeni.
C. nie jest układem liniowo niezależnym i nie tworzy bazy przestrzeni.
D. jest układem liniowo niezależnym, ale nie tworzy bazy przestrzeni.

130. W przestrzeni wektorowej $V = \mathbb{R}^3$ współrzędne wektora $\vec{v} = (-2,5,6)$ w bazie $B = (\ (1,1,0),(2,1,0),(3,3,1)\ )$ są równe
A. $(-6,-7,6)$.
B. $(-2,5,6)$.
C. $(1,1,0)$.
D. $(0,0,1)$.

131. Niech $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x + y - z = 0, \ 3x - 2y + z - 1 = m\}$, $m \in \mathbb{R}$. Zbiór V jest podprzestrzenią wektorową przestrzeni $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ nad ciałem $\mathbb{R}$, jeżeli
A. $m = 0$.
B. $m = 1$.
C. $m = -1$.
D. $m \neq 0$.

132. Iloczyn wektorowy $(-1, 2, 5) \times (2, 0, -3)$ jest równy
A. -17.
B. 0.
C. $(-6, 7, -4)$.
D. nie istnieje.

133. Odległość punktu $A = (1, -6, 2)$ od płaszczyzny $2x + y - 2z + 5 = 0$ wynosi
A. 1.
B. 3.
C. $\frac{1}{3}$.
D. -1.

134. Interpretacją geometryczną zbioru $\{z \in \mathbb{C} : z = 3e^{it}, t \in [0, 2\pi]\}$ na plaszczyźnie zespolonej jest
A. okrąg o środku w punkcie 0 i promieniu 3.
B. prosta $\mathrm{Re}(z) = 2$.
C. odcinek o końcach w punktach 0 oraz $1 + i$.
D. półpłaszczyzna $3\mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z) \geq -1$.

135. Pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty $(1, 0, 0), (3, 1, 0), (0, 0, 1)$ jest równe
A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
B. 1.
C. -1.
D. $\sqrt{6}$.

136. Niech P będzie dowolnym punktem przecięcia prostej o równaniu $3x - 2y + 9 = 0$ z elipsą o równaniu $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$ na płaszczyźnie $\mathbb{R}^2$. Suma odległości punktu P od ognisk tej elipsy jest równa

A. 8.
B. 9.
C. 10.
D. 12.

137. Dane są proste

$$l_1: \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = t, \\ z = 2, \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \qquad l_2: \begin{cases} x = 3, \\ y = t, \\ z = -t. \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Prawdziwe jest zdanie:
A. proste l_1, l_2 są równoległe.
B. proste l_1, l_2 są skośne.
C. proste l_1, l_2 przecinają się w dokładnie jednym punkcie.
D. proste l_1, l_2 pokrywają się.

138. Warunkiem równoległości niezerowych wektorów (x, y, z) i (x', y', z') w $\mathbb{R}^3$ nie jest
A. rząd $\begin{bmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \end{bmatrix}$ jest równy 1.
B. iloczyn skalarny wektorów (x, y, z) i (x', y', z') jest równy 0.
C. $(x, y, z) \times (x', y', z') = (0, 0, 0)$.
D. $\exists k \in \mathbb{R}: \ (x, y, z) = k(x', y', z')$.

139. Objętość czworościanu o wierzchołkach $(1, 1, 1), (1, 2, 3), (2, 3, -1), (-1, 3, 5)$ wynosi
A. 12.
B. 4.
C. 3.
D. 2.

140. Proste $l_1: \ (x, y, z) = (1, 1, 1) + t(1, 2, 3), \ t \in \mathbb{R}$,
i $l_2: \ (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, 1, 1), \ t \in \mathbb{R}$,
A. mają punkt wspólny.
B. są równoległe.
C. leżą w płaszczyźnie $x = 0$.
D. są skośne.

141. W $\mathbb{R}^3$ proste $l_1\ :\ (x,y,z)=(1,0,1)+t\,(2,-1,3]),\ t\in\mathbb{R}$,
i $l_2\ :\ (x,y,z)=(-1,3,2)+t\,(6,-3,9),\ t\in\mathbb{R}$
A. są równoległe.
B. pokrywają się.
C. są prostopadłe.
D. przecinają się w punkcie $(0,0,0)$.

142. Zbiór $A=\left\{(x,y)\in R^2\ :\ -\frac{1}{16}x^2+9y^2=1\right\}$ przedstawia
A. hiperbolę o asymptotach $y=\frac{3}{4}x$ oraz $y=-\frac{3}{4}x$.
B. elipsę przechodzącą przez punkt $\left(0\,,\ \frac{1}{3}\right)$.
C. elipsę o półosiach $a=4\,,\ b=\frac{1}{3}$.
D. hiperbolę o asymptotach $y=\frac{1}{12}x$ oraz $y=-\frac{1}{12}x$.

143. Odległość płaszczyzn o równaniach $-2x+8y-16z+3=0$
oraz $x-4y+8z+\frac{3}{2}=0$ wynosi
A. $\frac{3}{2}$.
B. 0.
C. $\frac{1}{3}$.
D. 3.

144. Równanie

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{25}=1$$

przedstawia

A. elipsoidę.
B. hiperboloidę.
C. paraboloidę D. powierzchnię walca.

145. Niech a, b będą elementami grupy. Wówczas $(ab)^{-1}$ jest równy
A. $a^{-1}b^{-1}$.
B. może nie istnieć.
C. $b^{-1}a^{-1}$.
D. ab^{-1}.

146. Równanie

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$$

przedstawia w przestrzeni $\mathbb{R}^3$ powierzchnię

A. stożka.
B. paraboloidy.
C. elipsoidy.
D. walca eliptycznego.

147. Równanie

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$$

przedstawia na płaszczyźnie

A. elipsę.
B. parabolę.
C. sinusoidę.
D. coś innego.

148. Podgrupą grupy addytywnej $\mathbb{Z}_{20}$ nie jest zbiór
A. { 0,5,10,15}.
B. {0,10}.
C. {0,3,6,9,12,15,18}.
D. {0,4,8,12,16}.

149. Niech $A = \left\{2^{x+\frac{1}{2}} : x \in \mathbb{Q}\right\}$ oraz niech $\cdot$ oznacza mnożenie liczb. Wówczas:
A. struktura algebraiczna $(A, \cdot)$ jest grupą abelową.
B. struktura algebraiczna $(A, \cdot)$ nie jest grupą, gdyż element neutralny mnożenia $e = 1 = 2^0$ nie należy do A.
C. struktura algebraiczna $(A, \cdot)$ nie jest grupą, gdyż $2^{x_1+\frac{1}{2}} \cdot 2^{x_2+\frac{1}{2}} = 2^{x_1+x_2+1}$, co oznacza, że mnożenie nie jest działaniem wewnętrznym w zbiorze A.
D. struktura algebraiczna $(A, \cdot)$ jest grupą, ale nie jest to grupa abelowa.

150. Niech $\sigma = (2, 5, 6, 1, 7, 3, 4, 9, 8) \in S_9$, wówczas
A. permutacja σ jest parzysta.
B. rząd permutacji σ jest większy niż 10.
C. permutację σ można przedstawić w postaci iloczynu nieparzystej

liczby transpozycji.
D. $\sigma = (1, 2, 5, 7, 4)(3, 9)(6, 8)$.

151. Jeżeli $a \star b = \sqrt{ab}$, $a, b \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$, to zbiór $(\mathbb{R}_+ \cup \{0\}, \star)$
A. jest grupą abelową.
B. jest grupą nieprzemienną.
C. nie jest grupą.
D. jest podgrupą addytywnej grupy abelowej $(\mathbb{R}, +)$.

152. Grupą nie jest następująca para:
A. $(\mathbb{C}, +)$.
B. $(\mathbb{R}_+, \cdot)$.
C. $(\mathbb{R}, \cdot)$.
D. $(\mathbb{Z}, +)$.

153. Zbiór $\mathbb{R}$ z działaniem $\oplus$ określonym następująco

$$a \oplus b = a + b + 2$$

ma następujące własności:
A. łączność i przemienność działania, ma element neutralny i elementy odwrotne.
B. tylko łączność i przemienność działania.
C. tylko przemienność działania.
D. łączność i przemienność działania, ma element neutralny, nie ma elementów odwrotnych.

154. Elementem odwrotnym do 5 w pierścieniu $\mathbb{Z}_{22}$ jest
A. -5.
B. 9.
C. 17.
D. 5 nie ma elementu odwrotnego.

155. Dzielnikiem zera pierścienia $\mathbb{Z}_{20}$ nie jest
A. 4.
B. 5.
C. 3.
D. 10.

156. Zasadnicze twierdzenie algebry mówi, że każdy wielomian stopnia co najmniej 1 o współczynnikach z

A. $\mathbb{R}$ ma pierwiatek w $\mathbb{R}$.
B. $\mathbb{Q}$ ma pierwiatek w $\mathbb{R}$.
C. $\mathbb{C}$ ma pierwiatek w $\mathbb{R}$.
D. $\mathbb{C}$ ma pierwiatek w $\mathbb{C}$.

157. Ideałem pierścienia $\mathbb{Z}$ nie jest
A. zbiór liczb parzystych.
B. zbiór liczb nieparzystych.
C. zbiór wielokrotności dowolnej liczby pierwszej $p \geq 3$.
D. zbiór wielokrotności liczby złożonej.

158. W zbiorze liczb wymiernych dane są działania określone następująco $a \oplus b = a + b + 1$, $a \odot b = a + b + ab$. Homomorfizmem h z ciała $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ w ciało $(\mathbb{Q}, \oplus, \odot)$ jest odwzorowanie dane wzorem
A. $h(x) = x$.
B. $h(x) = x + 1$.
C. $h(x) = x - 1$.
D. $h(x) = x - 2$.

159. Moc zbioru liczb wymiernych jest
A. skończona.
B. $\aleph_0$.
C. $\mathfrak{c}$ (continuum).
D. $2^{\mathfrak{c}}$.

160. Iloczynem kartezjańskim niepustych zbiorów A i B nazywamy zbiór
A. $\{x\ y : x \in A \wedge y \in B\}$.
B. $\{(x, y) : x \in A \wedge y \in B\}$.
C. $\{x : x \in A \wedge y \in B\}$.
D. $\{x : x \in A \vee y \in B\}$.

161. Moc zbioru liczb niewymiernych jest
A. skończona.
B. $\aleph_0$.
C. $\mathfrak{c}$ (continuum).
D. $2^{\mathfrak{c}}$.

162. Tautologią jest zdanie:
A. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$.
B. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$.

C. $p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \Rightarrow \sim q)$.
D. $((p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)) \Rightarrow q$.

163. Równoważne zdaniu $\sim (\forall x : p(x) \Rightarrow \exists x : q(x))$ jest zdanie:
A. $\exists x :\sim (p(x) \Rightarrow q(x))$.
B. $\exists x :\sim p(x) \Rightarrow \forall x :\sim q(x)$.
C. $\forall x :\sim p(x) \Rightarrow \exists x :\sim q(x)$.
D. $\forall x :\sim (p(x) \Rightarrow q(x))$.

164. Jeżeli nieskończone podzbiory A i B zbioru X są równoliczne, to równoliczne są również zbiory
A. $A \setminus B$ i $B \setminus A$.
B. $X \setminus A$ i $X \setminus B$.
C. A^B i B^A.
D. $A \times B$ i B^A.

165. Jeżeli złożenie $g \circ f$ odwzorowań $f : X \to Y$ i $g : Y \to X$, jest bijekcją, to prawdziwe jest zdanie:
A. f jest bijekcją.
B. g jest funkcją odwrotną do f.
C. f jest iniekcją.
D. f jest suriekcją.

166. Relacja częściowego porządku jest
A. zwrotna, antysymetryczna, przechodnia, spójna.
B. zwrotna, przechodnia, spójna.
C. zwrotna, przechodnia, antysymetryczna.
D. zwrotna, symetryczna, przechodnia.

167. Dla zdań logicznych p, q, r tożsamość $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ znana jest jako
A. rozdzielność koniunkcji względem alternatywy.
B. rozdzielność alternatywy względem koniunkcji.
C. przechodniość alternatywy względem koniunkcji.
D. prawo wyłączonego środka.

168. Dla liczb rzeczywistych x, y implikacja $x < y \Rightarrow x^2 > y^2$
A. jest zawsze prawdziwa.
B. jest zawsze fałszywa.

C. jest prawdziwa dla $x, y > 0$.
D. jest prawdziwa dla $x, y < 0$.

169. Relacja $R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ zadana zależnością $xRy \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$ jest
A. spójna.
B. symetryczna.
C. antysymetryczna.
D. asymetryczna.

170. Dla funkcji $f : \mathbb{R} \leftarrow \mathbb{R}$ dane są zdania zdania:
$p =$ funkcja f jest ciągła w x_0.
$q =$ funkcja f ma granicę w x_0.
$r =$ funkcja f ma pochodną w x_0.
Prawdziwa jest implikacja
A. $p \Rightarrow r$.
B. $q \Rightarrow p$.
C. $r \Rightarrow q$.
d. $q \Rightarrow r$.

171. A i B są niepustymi podzbiorami $\mathbb{R}$. Jeżeli $\forall a \in A \, \forall b \in B : \; a < b$, to
A. A i B nie są rozłączne.
B. zbiór A nie jest ograniczony od góry.
C. $\sup A \leq \sup B$.
D. zbiór minorant zbioru B jest zbiorem pustym.

172. Niech $f : \mathbb{R} \supset [a, b] \mapsto \mathbb{R}$ oraz niech dane będą zdania:
$p =$ funkcja f jest ciągła na przedziale $[a, b]$.
$q =$ funkcja f jest ograniczona na przedziale $[a, b]$.
$r =$ funkcja f jest całkowalna na przedziale $[a, b]$.
$s =$ funkcja f jest różniczkowalna na przedziale $[a, b]$.
Prawdziwa jest implikacja:
A. $p \Rightarrow s$.
B. $q \Rightarrow r$.
C. $r \Rightarrow p$
D. $s \Rightarrow q$

173. Teoria jest niesprzeczna wtedy i tylko wtedy, gdy
A. można w niej udowodnić dowolną jej formułę.

B. można w niej udowodnić dowolną jej formułę lub jej zaprzeczenie.
C. nie można w niej udowodnić pewnej jej formuły.
D. nie można w niej udowodnić żadnej jej formuły i jej zaprzeczenia.

174. Zbiór liczb algebraicznych jest
A. zbiorem skończonym.
B. zbiorem przeliczalnym.
C. zbiorem nieprzeliczalnym.
D. liczniejszy od zbioru liczb przestępnych.

175. Problem początkowy
$$\begin{cases} x' &= 2\sqrt{x} \\ x(0) &= 0 \end{cases}$$
A. nie ma rozwiązania.
B. ma jedno rozwiązanie na $\mathbb{R}$.
C. ma dwa rozwiązania na $\mathbb{R}$.
D. ma nieskończenie wiele rozwiązań na $\mathbb{R}$.

176. Równaniem Bernoulliego jest równanie różniczkowe:
A. $x' = e^{t+x}$.
B. $x' = (\frac{x}{t})^2 + 3\frac{x}{t} + 2$.
C. $x' = (x^3 - x)\cos t$.
D. $x' = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3t^2}$.

177. Rodzina funkcji $x = 2 + c_1 \cos t + c_2 \sin t,\ c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ jest rozwiązaniem ogólnym równania
A. $x'' - x = 2$.
B. $x'' + 2x = 4$.
C. $x'' + x = 2$.
D. $x'' - 2x = -4$.

178. Całka ogólna równania różniczkowego $y'' + y = 0$ ma postać
A. $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$.
B. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}$.
C. $y = -\frac{1}{2} x^2 + C_1 x + C_2$.
D. $y = C_1 + C_2 x$.

179. Rozwiązaniem równania różniczkowego

$$\frac{dy}{3y} = dx$$

jest funkcja
A. $x = -\frac{1}{3}\ln|y| + C$.
B. $x = \ln|y|$.
C. $y = Ce^{3x}$.
D. $y = 3x - 3C$.

180. Równanie różniczkowe liniowe rzędu pierwszego
A. jest szczególnym przypadkiem równania o zmiennych rozdzielonych.
B. rozwiązujemy szukając postaci Jordana macierzy A.
C. nie może być jednorodne.
D. ma postać $y'' + P(x)y' + Q(x)y = F(x)$.

181. Równanie $y'' + ay' + by = 0$
A. jest równaniem liniowym niejednorodnym o stałych współczynnikach.
B. rozwiązujemy przy pomocy wielomianu charakterystycznego postaci $k^2 + ak + b = 0$.
C. może mieć rozwiązanie postaci $(C_1 + C_2x + C_3x^2)e^{-\frac{1}{2}ax}$.
D. może nie mieć rozwiązań.

182. Rozwiązując równanie różniczkowe liniowe niejednorodne rzędu drugiego
A. wyznaczamy sumę całki szczególnej tego równania i całki ogólnej równania jednorodnego.
B. zawsze używamy metody współczynników nieoznaczonych.
C. nie możemy użyć metody uzmienniania stałych.
D. sprowadzamy problem do rozwiązania równania liniowego rzędu I.

183. Jeśli funkcja $x = x(t)$ jest rozwiązaniem problemu początkowego $x' = xt,\ x(0) = 1$, to
A. $x'(0) = 1$.
B. $x'(0) = 2$.
C. $x''(0) = 1$.
D. $x'''(0) = 1$.

184. Równanie różniczkowe $y'' = y$ posiada
A. niezerowe rozwiązanie ograniczone.
B. równanie charakterystyczne $\lambda^2 = \lambda$.
C. równanie charakterystyczne $\lambda^2 = 1$.
D. całkę ogólną postaci $y = Ce^x$.

185. Rozwiązanie równania $y^{''} - 2y^{'} + 3y = 0$ dane jest wzorem
A. $A\sin(\sqrt{2}x) + B\cos(\sqrt{2}x)$.
B. $e^x\left(A\sin(\sqrt{2}x) + B\cos(\sqrt{2}x)\right)$.
C. $e^x\left(A\sin(2x) + B\cos(2x)\right)$.
D. $Ae^x + Be^{-x}$.

186. Liczba iniekcji ze zbioru n-elementowego w zbiór m-elementowy wynosi
A. $\binom{m}{n}$.
B. $\binom{m}{n}n!$.
C. m^n.
D. n^m.

187. Rzucono jednocześnie dwoma nierozróżnialnymi monetami. Wszystkich możliwych wyników jest
A. 4.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

188. Na ile sposobów czterech pasażerów może wsiąść do pociągu, jeśli każdy wybiera losowy wagon spośród sześciu?
A. 15.
B. 360.
C. 216.
D. 1296.

189. Liczb dwucyfrowych, których iloczyn cyfr jest parzysty, jest
A. 50.
B. 90.
C. 65.
D. 49.

190. Ile jest ciągów binarnych o k jedynkach i $n - k$ zerach?
A. $\binom{n}{k}$.

B. $\binom{n-1}{k-1}$.
C. 2^n.
D. 2^{n-k}.

191. Liczba wszystkich ciągów k–elementowych o wyrazach ze zbioru n-elementowego jest równa
A. n^k.
B. $\frac{n!}{(n-k)!}$.
C. $\binom{n}{k}$.
D. $\binom{k}{n}$.

192. Ilość 3-literowych ciągów złożonych z liter a, b, c, d, e, f, w których litery moga się powtarzać i które zawierają literę e, jest równa
A. 120.
B. 90.
C. 91.
D. 108.

193. Ile różnych wyników możemy otrzymać rzucając trzema identycznymi kostkami do gry?
A. $\frac{6^3}{3!}$.
B. 12.
C. 6^3.
D. 56.

194. Niech X będzie dowolnym zbiorem takim, że $a \in X$. Zbiór który nie jest σ-algebrą to
A. $\{X\}$.
B. $\{\emptyset, X\}$.
C. $\{\emptyset, \{a\}, X \setminus \{a\}, X\}$.
D. rodzina wszystkich podzbiorów zbioru X.

195. Miara probabilistyczna mierzalnego zbioru jednoelementowego
A. wynosi zawsze 0.
B. może być nieskończona.
C. nie istnieje.
D. jest co najwyżej równa 1.

196. Zdarzenia A i B są niezależne, gdy
A. $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$.

B. $A \cap B = \emptyset$.
C. $\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(B|A)$.
D. $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B)$.

197. Z urny, w której znajdują się 4 ponumerowane kule białe i 3 czarne, losujemy bez zwracania dwie kule. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że obie wylosowane kule będą białe wynosi
A. $\frac{2}{7}$.
B. $\frac{2}{3}$.
C. $\frac{3}{5}$.
D. 0.

198. W klasie IIIa jest 17 dziewcząt i 13 chłopców, w klasie IIIb jest 14 dziewcząt i 16 chłopców. Z obu klas na wycieczkę może pojechać tylko jedna osoba. Uczniowie umówili się, że wybiorą ją w następujący sposób: rzucą raz symetryczną monetą, jeżeli wypadnie orzeł, to pojedzie wylosowana osoba z klasy IIIa, w przeciwnym wypadku z IIIb. Prawdopodobieństwo, że na wycieczkę pojedzie chłopiec wynosi
A. $\frac{1}{2}$.
B. $\frac{29}{60}$.
C. $\frac{7}{15}$.
D. $\frac{14}{25}$.

199. Dwaj artylerzyści strzelają niezależnie jeden od drugiego do tego samego celu. Prawdopodobieństwo, że cel zostanie trafiony tylko raz, jeżeli wiadomo, że pierwszy strzelec trafia średnio w cel 7 razy na 10 oddanych strzałów, a drugi 8 razy na 10, wynosi
A. 0,38.
B. 0,39.
C. 0,4.
D. 0,41.

200. Rzucamy trzy razy symetryczną kostką do gry. Prawdopodobieństwo dokładnie dwukrotnego otrzymania piątki wynosi
A. $\frac{5}{72}$.
B. $\frac{1}{27}$.
C. $\frac{7}{108}$.
D. $\frac{8}{109}$.

201. Rzucono 7 razy kostką do gry. Prawdopodobieństwo, że piątka wypadnie co najmniej raz, jest równe
A. $\left(\frac{5}{6}\right)^7$.
B. $1-\left(\frac{5}{6}\right)^7$.
C. $7\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^6$.
D. $1-7\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^6$.

202. Rzucono 10 razy symetryczną monetą. Prawdopodobieństwo wypadnięcia orła co najwyżej raz jest równe
A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.
B. $1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.
C. $10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.
D. $11\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

203. Rzucono 13 razy sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo, że czwórka wypadnie co najwyżej raz, wynosi
A. $\left(\frac{5}{6}\right)^{13}+\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.
B. $\left(\frac{5}{6}\right)^{13}+13\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.
C. $3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.
D. $13\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.

204. Jeśli X to wynik rzutu kością do gry, to zdarzenia A: X jest liczbą nieparzystą, B: X jest mniejsze niż 4,
A. są rozłączne.
B. są niezależne.
C. nie są niezależne, a $P(A|B)=\frac{2}{3}$.
D. nie są niezależne, a $P(B|A)=\frac{1}{3}$.

205. Rzucamy trzema symetrycznymi monetami o nominałach 1, 2 i 5 złotych, a następnie sumujemy widoczne liczby (wyrzucenie orła liczymy jako zero) dostając zmienną losową, której wartość oczekiwana wynosi
A. 2,5.
B. 3.
C. 2.
D. 4.

206. Rzucamy dwiema symetrycznymi monetami o nominałach 2 i 5 złotych, a następnie mnożymy widoczne liczby (przyjmując, że wyrzucenie orła

daje zero), dostając zmienną losową, której wartość oczekiwana wynosi
A. 2,5.
B. 0.
C. 3,5.
D. 2.

207. Rzucamy dwiema kośćmi do gry i rozważamy dwa zdarzenia: A - suma oczek większa niż 9; oraz B - wyrzuciliśmy co najmniej jedną szóstkę. Prawdopodobieństwo warunkowe $P(B|A)$ wynosi
A. $\frac{5}{11}$.
B. $\frac{6}{11}$.
C. $\frac{5}{6}$.
D $\frac{1}{2}$.

208. Są dwie windy. Pierwsza jeździ na piętra o numerach $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13$, a druga na piętra o numerach $2, 4, 6, 8, 10, 12$. Wybieramy losowo windę a następnie losowo wybieramy numer piętra. Prawdopodobieństwo, że wybrane piętro ma numer dwucyfrowy jest równe
A. $\frac{2}{7}$.
B. $\frac{15}{56}$.
C. $\frac{13}{28}$.
D. $\frac{27}{53}$.

209. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem 1. Wtedy
A. $P(X = k) = \frac{e^{-1}}{k!}$, dla $k = 0, 1, 2, \ldots$.
B. $P(X = k) = \frac{e^{-1}}{k!}$, dla $k = 1, 2, 3 \ldots$.
C. $P(X = k) = \frac{-1}{k!} \cdot e^k$, dla $k = 0, 1, 2, \ldots$.
D. $P(X = k) = \frac{-1}{k!} \cdot e^k$, dla $k = 1, 2, 3 \ldots$.

210. W schemacie N prób Bernoulliego, gdy p jest prawdopodobieństwem pojedynczego sukcesu, prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie k sukcesów wynosi
A. $\binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$.
B. $Np(1-p)$.
C. $kp(1-p)$.
D. kp.

211. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym mówi, że jeżeli $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ jest przestrzenią probabilistyczną, $I \subseteq \mathbb{N}$ jest zbiorem wskaźników, zdarzenia $H_i \in \mathcal{F}$ $(i \in I)$ są rozkładem zbioru Ω na zdarzenia o dodatnich

prawdopodobieństwach, to dla dowolnego $A \in \mathcal{F}$:
A. $P(A) = \sum_{i \in I} P(A|H_i)P(H_i)$.
B. $P(A) = \sum_{i \in I} P(H_i|A)P(H_i)$.
C. $P(H_i) = \sum_{i \in I} P(A|H_i)P(A)$.
D. $P(H_i) = \sum_{i \in I} P(H_i|A)P(H_i)$.

212. Rzucono trzy razy monetą i wypadła nieparzysta liczba orłów. Prawdopodobieństwo, że wypadły trzy orły, wynosi
A. $\frac{1}{12}$.
B. $\frac{1}{6}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. $\frac{1}{4}$.

213. Rzucono trzy razy monetą i wypadła nieparzysta liczba orłów. Prawdopodobieństwo, że wypadły trzy orły, wynosi
A. $\frac{1}{12}$.
B. $\frac{1}{6}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. $\frac{1}{4}$.

214. Rzucono dwa razy kostką do gry i w pierwszym rzucie wypadło 6 oczek. Prawdopodobieństwo, że w obu rzutach wypadnie co najmniej dziesięć oczek, wynosi
A. $\frac{1}{4}$.
B. $\frac{1}{8}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. 0.

215. Rzucamy kostką do gry, aż wypadnie szóstka. Rozkład P_X zmiennej losowej równej liczbie rzutów w takim doświadczeniu ma postać
A. $P_X = \sum_{i=1}^{6} \frac{1}{6}\delta_i$.
B. $P_X = \sum_{i=1}^{\infty} (\frac{1}{6})^i \delta_i$.

C. $P_X = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^{i-1}\delta_i$.

D. $P_X = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^{i-1}\delta_i$.

216. Dla jakiej wartości A funkcja $f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ Axe^{-x}, & x > 0 \end{cases}$
jest gęstością zmiennej losowej?
A. A=0.
B. A=1.
C. A=2.
D. A=-1.

217. Niech $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną. Jeżeli dla zdarzeń A i B zachodzi $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{5}$, $P(B|A) = \frac{1}{2}$, to
A. $P(A) \le P(A') \le P(B)$.
B. $P(A) \le P(B) \le P(A')$.
C. $P(B) \le P(A) \le P(B')$.
D. $P(B') \le P(B) \le P(A')$.

218. Dystrybuanta zmiennej losowej $X : \Omega \to \mathbb{R}$
A. jest prawostronnie ciągła i niemalejąca.
B. jest rosnąca i ma ciągłą pochodną.
C. jest lewostronnie ciągła i przyjmuje wartości mniejsze od 2.
D. jest lewostronnie ciągła i rosnąca.

219. Niech $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną. Jeżeli dla zdarzeń A, B, C zachodzi $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{6}$, to
A. $P(A \cup B \cup C) = 1$.
B. $A \cap B \cap C = \emptyset$.
C. $P(A \cup B \cup C) \ge \frac{1}{2}$.
D. $P(A \cup B \cup C) > \frac{1}{2}$.

220. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $(-1, 2)$. Rozkładem zmiennej losowej $Y = \operatorname{sgn}(X)$ (sgn jest funkcją znaku) jest
A. $P(Y = -1) = P(Y = 0) = P(Y = 1) = \frac{1}{3}$.
B. $P(Y = -1) = P(Y = 1) = \frac{1}{2}$.
C. $P(Y = -1) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 1) = \frac{2}{3}$.
D. rozkład ciągły.

221. Zmienna losowa X ma dystrybuantę F, a zmienna losowa Y ma dystrybuantę G. Zmienne X i Y są niezależne. Wartość dystrybuanty wektora losowego (X, Y) w punkcie (x, y) wynosi
A. $F(x)(1 - G(y))$.
B. $F(x)G(y)$.
C. $(1 - F(x))G(y)$.
D. $F(x) + G(y)$.

222. Zmienna losowa X ma dystrybuantę F, która jest funkcją ciągłą. Wartość dystrybuanty zmiennej losowej $Y = -X$ w punkcie t to
A. $F(-t)$.
B. $1 - F(-t)$.
C. $1 - F(t)$.
D.$1 + F(-t)$.

223. Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości $f(x) = 3x^2 e^{-x^3} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$. Wówczas $P(X \geq 1)$ jest równe
A. $\frac{e-1}{e}$.
B. $\frac{1}{e}$.
C. $\frac{e^2-1}{e^2}$.
D. $\frac{1}{e^2}$.

224. Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości $f(x) = 3x^2 e^{-x^3} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$. Wówczas $P\big(X > 2 \big| X > 1\big)$ jest równe
A. 0.
B. e^{-1}.
C. e^{-3}.
D. e^{-7}.

225. Dany jest ciąg niezależnych zmiennych losowych (X_n) o rozkładzie wykładniczym z parametrem 1. Wtedy
A. ciąg spełnia mocne prawo wielkich liczb i nie spełnia słabego prawa wielkich liczb.
B. ciąg spełnia mocne prawo wielkich liczb i słabe prawo wielkich liczb.
C. ciąg nie spełnia mocnego prawa wielkich liczb i spełnia słabe prawo wielkich liczb.
D. ciąg nie spełnia mocnego prawa wielkich liczb i nie spełnia słabego prawa wielkich liczb.

226. Zmienna losowa X ma następujący rozkład: $P(X = 1) = 0,5$, $P(X = -1) = 0,5$. Wartość oczekiwana zmiennej X wynosi
A. 0.
B. 1.
C. -1.
D. 0,5.

227. Zmienna losowa X ma następujący rozkład: $P(X = 1) = 0,5$, $P(X = -1) = 0,5$. Zmienna losowa Y ma rozkład jednostajny na przedziale $(0,1)$. Zmienne X i Y są niezależne. Kowariancja zmiennych X i Y wynosi
A. 0.
B. 1.
C. -1.
D. 0,5.

228. Zmienna losowa X ma rozkład $P(X = a) = 1 - P(X = b) = p$. Wartość oczekiwana zmiennej X jest równa
A. $(a-b)p + b$.
B. $(a-b)p - b$.
C. $(a-b)p + p$.
D. $(a-b)p + a$.

229. Zmienna losowa X ma rozkład: $P(X = -\frac{\pi}{3}) = P(X = \frac{\pi}{6}) = 0.5$. Niech $Y = \sin X$. Wartość oczekiwana zmiennej losowej Y jest równa
A. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.
B. $-\frac{\pi}{12}$.
C. $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$.
D. 0.

230. X jest zmienną losową o rozkładzie: $P(X = -\frac{\pi}{3}) = P(X = 0) = P(X = \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$. Wariancja zmiennej losowej $Y = \sin X$ jest równa
A. $0,125$.
B. $0,25$.
C. $0,5$.
D. 1.

231. Wiadomo, że zmienna losowa N ma rozkład Poissona i że $\mathrm{P}(N \leq 1) = \frac{8}{9} \cdot \mathrm{P}(N = 2)$. Prawdziwe jest stwierdzenie:

A. $\mathrm{E}(N) = \frac{17}{9}$.
B. $\mathrm{E}(N) = 3$.
C. $\mathrm{Var}(N) = 2$.
D. $\mathrm{E}(N^2) = 3$.

232. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem 2. Wtedy
A. $E(X) = 1$ i Var(X) = 2.
B. $E(X) = 2$ i Var(X) = 1.
C. $E(X) = 2$ i Var(X) = 2.
D. $E(X) = 2$ i Var(X) = 4.

233. Zmienna losowa X ma rozkład Bernoulliego (dwumianowy) z parametrami 100 i $\frac{1}{10}$. Wtedy
A. $\mathrm{Var}(X) = 1$.
B. $\mathrm{Var}(X) = 9$.
C. $\mathrm{Var}(X) = 10$.
D. $\mathrm{Var}(X) = 90$.

234. Wartość oczekiwana liczby sukcesów w schemacie N prób Bernoulliego, gdy p jest prawdopodobieństwem pojedynczego sukcesu, wynosi
A. Np.
B. $Np\,(1-p)$.
C. $\binom{N}{k} p^k\,(1-p)^{N-k}$.
D. N.

235. Dane są dwie niezależne zmienne losowe X, Y. Wtedy
A. $E(X-Y) = E(X) - E(Y) \wedge \mathrm{Var}(X-Y) = \mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$.
B. $E(X-Y) = E(X) - E(Y) \wedge \mathrm{Var}(X-Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$.
C. $E(X-Y) = E(X) + E(Y) \wedge \mathrm{Var}(X-Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$.
D. żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawidłowa.

236. Zmienna losowa X ma rozkład normalny z wartością oczekiwaną 0 i wariancją 4. Zmienna losowa Y ma rozkład jednostajny na przedziale $(0,1)$. Kowariancja między zmiennymi wynosi 6. Współczynnik korelacji tych zmiennych jest równy
A. $6\sqrt{3}$.
B. 12.
C. $\frac{9}{2}$.
D. 0.

237. Gęstość zmiennej losowej o rozkładzie normalnym z wartością oczekiwaną 1 oraz wariancją $\frac{1}{2}$ dana jest wzorem
A. $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-1)^2}{4}}$.
B. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-\frac{1}{2})^2}{2}}$.
C. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-(x-1)^2}$.
D. $f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot e^{-2(x-1)^2}$.

238. Wartość oczekiwana zmiennej losowej o gęstości $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$
A. wynosi 1.
B. wynosi 0.
C. wynosi $\ln 2$.
D. nie istnieje.

239. Rzucamy kostką do gry, a następnie tyloma monetami o nominale 1 złoty, ile wskazała kość. Zabieram jako wygraną monety, które wypadły orłem do góry, a jej wartość oczekiwana wygranej wynosi
A. 10,50.
B. 3,5.
C. 1,75.
D. 3.

240. W akademiku są dwie windy. Pierwsza jeździ na piętra o numerach $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13$, a druga na piętra o numerach $2, 4, 6, 8, 10, 12$. Student wsiadł do losowo wybranej windy, a następnie losowo wybrał numer piętra. Okazało się, że wybrał piętro o numerze dwucyfrowym. Prawdopodobieństwo że wybrał windę pierwszą jest równe
A. $\frac{6}{15}$.
B. $\frac{7}{15}$.
C. $\frac{8}{15}$.
D. $\frac{9}{15}$.

241. Przeliczalna suma zdarzeń o zerowym prawdopodobieństwie
A. może nie być zdarzeniem.
B. może mieć dowolne prawdopodobieństwo.
C. jest zdarzeniem pewnym.
D. ma dopełnienie, które jest zdarzeniem pewnym.

242. Przeliczalny iloczyn zdarzeń pewnych
   A. może nie być zdarzeniem.
   B. ma dopełnienie o prawdopodobieństwie równym 1.
   C. ma prawdopodobieństwo równe 1.
   D. może mieć dowolne prawdopodobieństwo.